Grundwissen Mathematik - 7. Jahrgangsstufe

Stichworte

1. Terme

Übungen

Termbegriff

Terme sind Rechnungen, die Zahlen und Variable enthalten dürfen.

Alle aus der → 5. Klasse bekannten **Rechengesetze** gelten auch für Terme. Umformungen, die sich an diese Gesetze halten, ändern den Wert eines Terms nicht.

äquivalente Terme

Liefern zwei Terme T1 und T2 für alle einsetzbaren Werte gleiche Ergebnisse, so sind T1 und T2 **äquivalent**. Sie lassen sich durch Umformungen ineinander überführen.

Aus den Rechengesetzen lassen sich Folgerungen für das praktische Rechnen ziehen:

Rechenregeln

Gleichartige Terme (Terme, die gleiche Variablen mit gleichen Potenzen enthalten) lassen sich addieren und subtrahieren. Alle Terme können multipliziert und dividiert werden.

Bsp.:

$$3ab+2ab^2-4ab-2ab^2=-1ab+0ab^2=-ab$$

$$2c\cdot 3bc=2\cdot 3\cdot c\cdot bc=6bc^2$$

Produkte lassen sich in Summen umwandeln und umgekehrt:

Vereinfachen von Termen

$$(a+b)\cdot(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

Bsp.:

$$(2x-3)\cdot(1-x)=2x\cdot 1-2x\cdot x-3\cdot 1+3\cdot x=2x-2x^2-3+3x=-2x^2+5x-3$$

Gleichungen

2. Gleichungen

Definitionsmenge

Lösungsmenge

Alle Werte, die Du für die Variablen einer Gleichung einsetzen darfst, werden in der **Definitionsmenge** angegeben. Diejenigen Werte, die die Gleichung lösen, werden in die **Lösungsmenge** geschrieben.

Gleichungen lösen

Äquivalenz-umformungen

Äquivalenzumformungen verändern die Lösungen einer Gleichung nicht. Erlaubte Umformungen sind:

- Addition / Subtraktion beider Seiten mit demselben Term
- Multiplikation / Division beider Seiten mit demselben von Null verschiedenen Term

Lösbarkeit

Gleichungen heißen **eindeutig lösbar**, wenn genau eine Lösung existiert. Existiert keine Lösung, so ist die Gleichung **nicht lösbar**. Erfüllt jeder Wert der Definitionsmenge die Gleichung, so heißt die Gleichung **allgemein lösbar**.

Lösungsmeng e bestimmen

Bsp.:

Stichworte

Übungen

$$2x-(x+5)\cdot(2x-3)=-2x^2+4;\quad G=\mathbb{Z}$$

$$2x-(2x^2-3x+10x-15)=-2x^2+4$$

Klammer bleibt stehen, da Minuszeichen vor der Klammer

$$2x-(2x^2+7x-15)=-2x^2+4$$

Term in der Klammer zusammenfassen

$$2x-2x^2-7x+15=-2x^2+4$$

Klammer auflösen

$$-2x^2-5x+15=-2x^2+4 \mid +2x^2$$

Term zusammenfassen und mit Äquivalenzumformung beginnen

$$-5x+15=4 \mid -15$$

$$-5x=-11 \mid :(-5)$$

$$x=2{,}2 \Rightarrow L=\emptyset$$

3. Prozentrechnung - veränderter Grundwert

Prozentrechnung

Die Grundlagen findest Du im Grundwissen der → 6. Klasse.

Beispiele mit verändertem Grundwert:

1. Ein Fahrrad kostet nach **10% Preiserhöhung** 550€. Wie viel kostete das Fahrrad vorher?
   Lösung:
   $$\begin{aligned} 110\% &\mathrel{\hat=} 550\,€ \\ 1\% &\mathrel{\hat=} 5\,€ \\ 100\% &\mathrel{\hat=} 500\,€ \end{aligned}$$
   Antwort: Das Fahrrad kostete vorher 500€.
2. Der Preis für einen Computer wird **um 20% gesenkt**. Er kostet nun 960€. Wie teuer war er vor der Preissenkung?
   Lösung:
   $$\begin{aligned} 80\% &\mathrel{\hat=} 960\,€ \\ 1\% &\mathrel{\hat=} 12\,€ \\ 100\% &\mathrel{\hat=} 1200\,€ \end{aligned}$$
   Antwort: Der Computer kostete vorher 1200€.
3. Ein Rucksack kostet 60€.
   1. Der Händler erhöht den Betrag um 10%. Welcher Betrag steht auf dem neuen Preisschild?

   Lösung: 110% von $60€=1{,}1\cdot 60\,€=66\,€$

   1. Herr Meier einigt sich auf einen Preisnachlass von 10%, da er das Ausstellungsstück kauft. Wie viel muss Herr Meier für seinen Rucksack bezahlen?

   Lösung: 90% von $66€=0{,}9\cdot 66\,€=59{,}40\,€$

   Antworten: Auf dem neuen Preisschild steht 66€.
   Herr Meier zahlt für das Ausstellungsstück noch 59,40€.

Grundwissen Mathematik - 7. Jahrgangsstufe

Stichworte

4. Symmetrische Vierecke

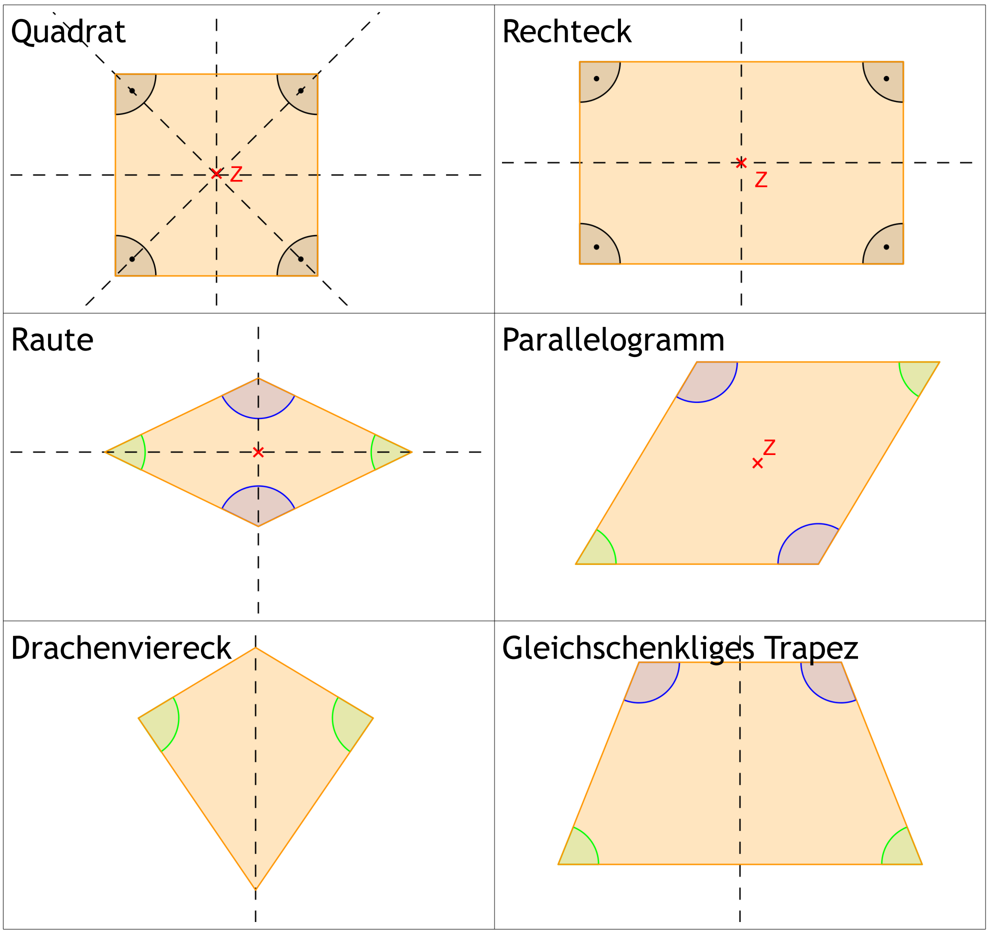
Übungen

Symmetrische Vierecke

Quadrat, Rechteck

Raute, Parallelogramm

Drachenviereck, gleichschenkliges Trapez



Winkel an Geraden-kreuzungen

5. Winkel an Geradenkreuzungen

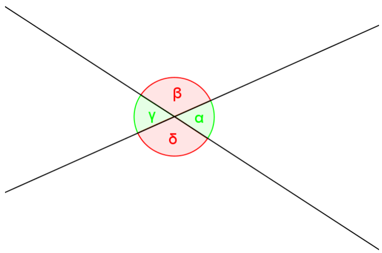
- **Geradenkreuzung**

Nebenwinkel

Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°
Bsp.: $\alpha+\beta=180°$

Scheitelwinkel

Scheitelwinkel sind gleich groß.
Bsp.: $\alpha=\gamma\,;\beta=\delta$



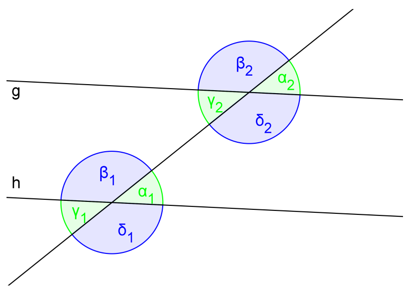
- **Doppelkreuzungen** ($g\|h$)

Stufenwinkel

Stufenwinkel (F-Winkel) sind gleich groß.
Bsp.: $\alpha_1=\alpha_2\,;\beta_1=\beta_2$

Wechselwinkel

Wechselwinkel (Z-Winkel) sind gleich groß.
Bsp.: $\alpha_1=\gamma_2\,;\beta_1=\delta_2$



Stichworte

Übungen

Kongruenz

Kongruenzsätze im Dreieck

6. Kongruenz

Zwei Dreiecke heißen **kongruent** (**deckungsgleich**), wenn sie ...

- in den drei Seitenlängen übereinstimmen (SSS).
- in der Länge zweier Seiten und dem der größeren Seite gegenüber liegenden Winkel übereinstimmen (SsW).
- in der Länge zweier Seiten und deren Zwischenwinkel übereinstimmen (SWS).
- in der Länge einer Seite und zwei gleich liegenden Winkeln übereinstimmen (WSW, bzw. WWS).

Konstruktion von Dreiecken

7. Konstruktion von Dreiecken

Gilt einer der Kongruenzsätze, so lässt sich ein Dreieck eindeutig aus den gegebenen Größen konstruieren.

Eigenschaften von Dreiecken - Quiz

Vorgehensweise:

Planfigur

Konstruktionsplan

Konstruktion

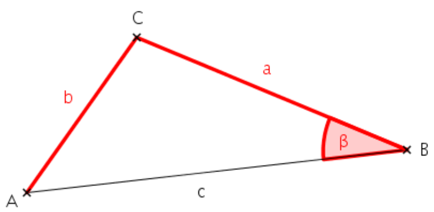
1. Planfigur / Skizze
2. Konstruktionsplan
3. Konstruktion

Bsp.: Konstruiere alle möglichen Dreiecke aus folgenden Größen:

a = 5cm; b = 4cm; Winkel $\beta = 35°$ (hier: kein Kongruenzsatz)

Lösung:

1. Planfigur

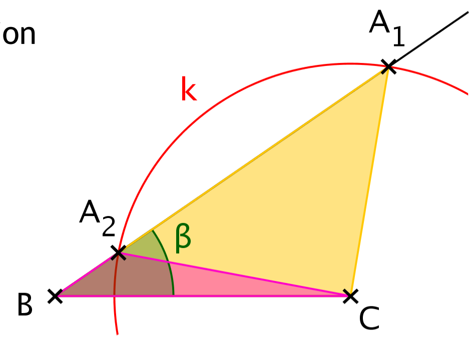


2. Konstruktionsplan:

   I. B und C sind gegeben durch a = 5cm.

   II. A liegt:
   - auf dem freien Schenkel von $\beta = 35°$ in B an a
   - auf k(C, b = 4cm)

3. Konstruktion



Es gibt zwei nicht kongruente Lösungen: ΔA_1BC und ΔA_2BC.

Grundwissen Mathematik - 7. Jahrgangsstufe

Stichworte

Grund-
konstruktionen

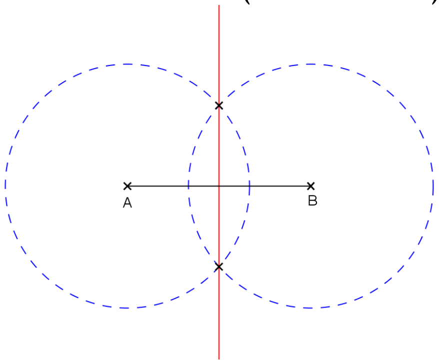
Mittelsenkrechte,
Lot durch Punkt
auf eine Gerade

8. Grundkonstruktionen

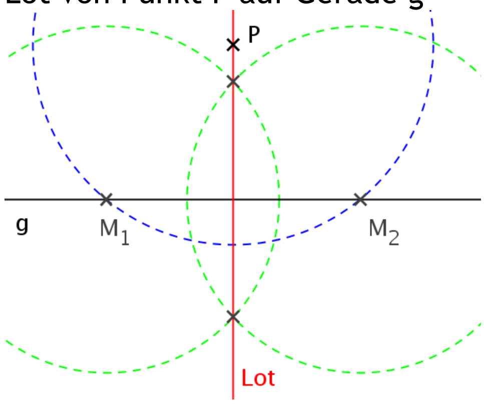
Übungen

Grundkonstruktionen

Mittelsenkrechte (90° - Winkel)

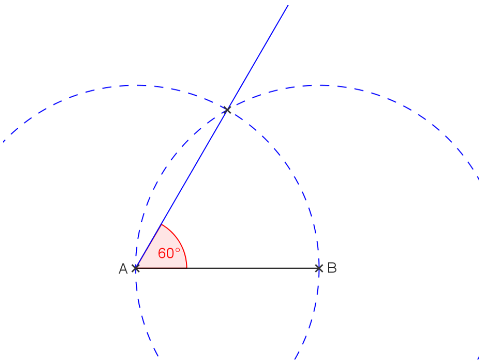


Lot von Punkt P auf Gerade g

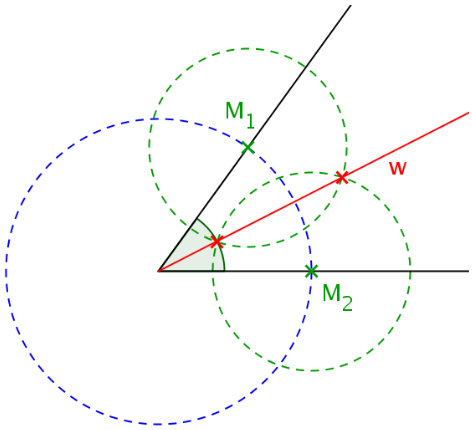


60°-Winkel,
Winkelhalbierende

60° - Winkel



Winkelhalbierende w



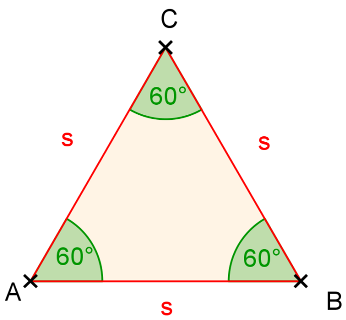
Besondere
Dreiecke

9. Besondere Dreiecke

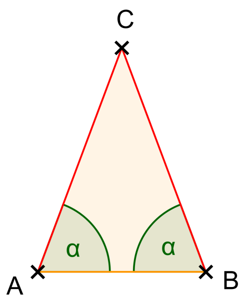
Gleichseitiges
Dreieck

Gleichschenkliges
Dreieck

Gleichseitiges Dreieck

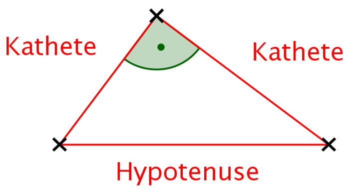


Gleichschenkliges Dreieck



rechtwinkliges
Dreieck

Rechtwinkliges Dreieck



siehe auch Grundwissen 5 / 6

Stichworte

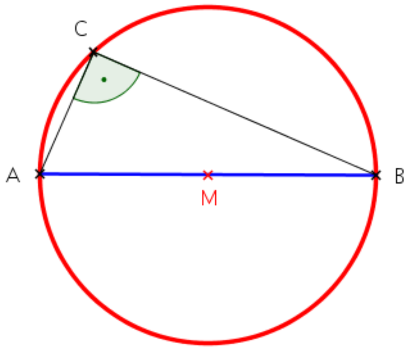
Satz des Thales

Thaleskreis

Übungen

10. Der Satz des Thales

Der Thaleskreis über einer Strecke [AB] ist derjenige Kreis, der als Mittelpunkt den Mittelpunkt der Strecke [AB] und als Radius $\frac{\overline{AB}}{2}$ hat.



Es gilt: $\sphericalangle ACB = 90° \Leftrightarrow$ C liegt auf dem Thaleskreis über [AB]

Transversalen im Dreieck

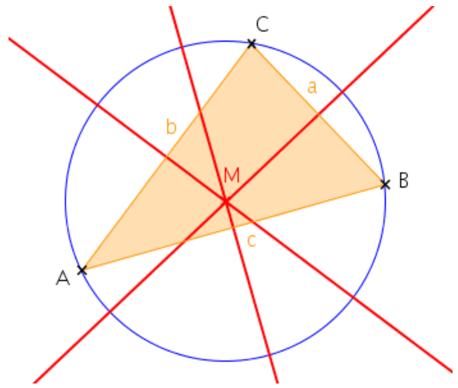
Winkelhalbierende

Höhe

Mittelsenkrechte

Umkreismittelpunkt

11. Transversalen im Dreieck

Winkelhalbierende	Höhe
Siehe 8.	Siehe 8. (Lot durch Punkt)
Mittelsenkrechte	Umkreismittelpunkt (= Schnittpunkt d. Mittelsenkr.)
Siehe 8.	

12. Hinweis zur Übungsspalte

Die mit dem Symbol gekennzeichneten Übungen findest du auf der Internetseite www.tomlin.de/schule/ → Fächer → Mathematik.