Abi 2018 – Teil A

Aufgabengruppe 1

1.) a)

	H	$\overline{H}$	Σ
S	1600	600	2200
$\overline{S}$	800	3000	3800
Σ	2400	3600	6000

b) $$P_S(H) = \frac{P(S \cap H)}{P(S)} = \frac{1600/6000}{2200/6000} = \underline{\underline{\frac{8}{11}}} \approx \underline{\underline{72{,}7\%}}$$

2.) a) $$P(B) = P(A) \cdot P_A(B) + P(\overline{A}) \cdot P_{\overline{A}}(B) \overset{!}{=} 0{,}3$$

$$p \cdot 0{,}6 + (1-p) \cdot 0{,}2 = 0{,}3$$

$$0{,}6p + 0{,}2 - 0{,}2p = 0{,}3 \quad | -0{,}2$$

$$0{,}4p = 0{,}1 \quad | : 0{,}4$$

$$p = \frac{1}{4} = \underline{\underline{25\%}}$$

b) $p \in [0; 1]$

$P(B) = 0{,}4p + 0{,}2 \Rightarrow$ Je größer p, desto größer $P(B)$

für $p = 1$: $\underline{\underline{P(B) = 0{,}6}}$

Aufgabengruppe 2

1.) a) weiblich ohne Interesse : $1000 \cdot 0{,}2 = 200 \rightarrow C$

" mit " : $100 \rightarrow B$

männlich mit Interesse : $1000 \cdot 0{,}08 = 80 \rightarrow D$

" ohne " : $620 \rightarrow A$

b) $\frac{\varphi}{360°} = \frac{80}{1000} \quad | \cdot 360°$

$\underline{\underline{\varphi = 28{,}8°}}$

2.) siehe AG 1

Teil A (nicht ausgefüllt)
Aufgabengruppe 1

1.) gleichzeitig $\Rightarrow$ ZoZ

a) $P(A) = \dfrac{2 \cdot 1}{6 \cdot 5} = \dfrac{\binom{2}{2}}{\binom{6}{2}} = \underline{\underline{\dfrac{1}{15}}}$

Reihenfolge

$P(B) = \dfrac{5 \cdot 1 \cdot 2}{6 \cdot 5} \quad \dfrac{5 \cdot \binom{2}{2}}{\binom{6}{2}} = \dfrac{1}{3}$

_ _ ¦ _ ¦ _ ¦ _ ¦ _ 5 Möglichkeiten für aufeinanderfolgende Zahlen

b) $\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2}{5} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{6} \cdot \dfrac{2}{5} + \dfrac{3}{6} \cdot \dfrac{3}{6}$

2. Zahl gerade

1. Zahl ungerade

1. Zahl gerade 2. Zahl gerade

2.) a) $P(X=5) = 1 - \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{5}{12}$

$E(X) = \dfrac{1}{3} \cdot 3 + \dfrac{1}{4} \cdot 4 + \dfrac{5}{12} \cdot 5 = \underline{\underline{\dfrac{49}{12}}}$

b) $P(Y=5) + P(Y=4) = \dfrac{2}{3}$, da $P(Y=3) = \dfrac{1}{3}$

Probieren: $P(Y=5) = \dfrac{1}{6} \Rightarrow P(Y=4) = \dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{2}$

1.) $E(Y) = \dfrac{1}{3} \cdot 3 + \dfrac{1}{2} \cdot 4 + \dfrac{1}{6} \cdot 5 = \underline{\underline{\dfrac{23}{6}}}$

2.) $E(Y) = \dfrac{1}{3} \cdot 3 + \dfrac{1}{6} \cdot 4 + \dfrac{1}{2} \cdot 5 = \dfrac{25}{6}$

$\Rightarrow E(Y) \in [\,23/6\,;\,25/6\,]$

Aufgabengruppe 2

1a) $n = 10$; $p = 0{,}8$

Abb 1: Wahrscheinlichkeiten für $X > 10$ ↯

Abb 3: Gesamtwahrscheinlichkeit $> 100\%$ ↯

b) $E(Y) = n \cdot p = 8$

„Symmetrisch" $\Rightarrow$ $p = q$! $p = 0{,}5$

$\Rightarrow$ $n \cdot 0{,}5 = 8 \quad | : 0{,}5$

$\underline{\underline{n = 16}}$

2.) siehe AG 1

Teil B

Aufgabengruppe 1

1.) $n = 200$

S: zu schnell

A: allein

	A	$\bar{A}$	Σ
S	65	29	$76+18=94$
$\bar{S}$	59	47	106
Σ	124	76	200

a) $P(A \cap S) = \frac{65}{200} = 32{,}5\%$; $P(A) \cdot P(S) = \frac{124}{200} \cdot \frac{94}{200} = \frac{1457}{5000} = 29{,}14\%$

$\Rightarrow P(A \cap S) \neq P(A) \cdot P(S)$, also stoch. abhängig #

b) $n = 100$; $p = 0{,}8$

$P_{0,8}^{100}(75 < X \leq 80) = P_{0,8}^{100}(X \leq 80) - P_{0,8}^{100}(X \leq 75)$

$\underset{TW}{=} 0{,}53984 - 0{,}13135 = \underline{\underline{40{,}8\%}}$

Aus Diagramm: $\frac{80}{200} = 40\% \Rightarrow$ gute Näherung ✓

c) $P_{0,8}^{100}(X \leq v^*) > 95\%$

TW: $\underline{\underline{v^* = 86 \left(\frac{km}{h}\right)}}$

2.) a) $P_{0,19}^{n}(X \geq 1) \geq 0,99$

$1 - P_{0,19}^{n}(X=0) \geq 0,99 \quad | + P_{0,19}^{n}(X=0) \quad | - 0,99$

$0,01 \geq P_{0,19}^{n}(X=0)$

$\underbrace{\binom{n}{0} \cdot 0,19^{0}}_{=1} \cdot 0,81^{n} \leq 0,01 \quad | \ln(\ldots)$

$n \cdot \ln(0,81) \leq \ln(0,01) \quad | : \ln(0,81)$

$n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,81)} = 21,9$

Es müssen mindestens $\underline{\underline{22}}$ Messungen durchgeführt werden.

b) $n = 50 \quad ; \quad p = 0,19$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$, da binomialverteilte Zufallsgröße angenommen.

$\sigma = \sqrt{50 \cdot 0,19 \cdot 0,81} \approx 2,8$

$\mu = n \cdot p = 50 \cdot 0,19 = 9,5$

$P_{0,1}^{50}(X \geq 9,5 - 2,8) = P_{0,1}^{50}(X \geq 6,7) = P_{0,1}^{50}(X \geq 7)$

$= 1 - P_{0,1}^{50}(X \leq 6) \underset{TW}{=} 1 - 0,77023 = \underline{\underline{23,0\%}}$

Aufgabengruppe 2

1.) a) $P^{50}_{0,04}(X=2) = \binom{50}{2} \cdot 0{,}04^2 \cdot 0{,}96^{48} =$

$= \underline{\underline{27{,}6\%}}$

$P^{50}_{0,04}(X \geq 50 \cdot 0{,}06) = P^{50}_{0,04}(X \geq 3)$

$= 1 - P^{50}_{0,04}(X \leq 2) \underset{TW}{=} 1 - 0{,}67671 = \underline{\underline{32{,}3\%}}$

b) $H_0: p \geq 0{,}04$; $n = 200$; $\alpha = 5\%$

$K = \{0; ...; g\}$; $\overline{K} = \{g+1; ...; 200\}$

$P^{200}_{0,04}(X \leq g) \leq 5\%$

TW: $g = 3 \Rightarrow \underline{\underline{K = \{0; 1; 2; 3\}}}$

$\underline{\underline{\overline{K} = \{4; ...; 200\}}}$

c) Irrtümlich das teurere Granulat ohne Verbesserung zu verwenden würde nur mehr Geld kosten!

2.) Einsatz: 5 €

$P(\text{„blau“}) = \frac{1}{2}$; $P(\text{„rot“}) = \frac{1}{3}$; $P(\text{„grün“}) = \frac{1}{6}$

3 mal drehen

a) $P(\text{„drei Farben“}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} \cdot 3! = \frac{1}{6}$ ✓

b) X: Auszahlung

x_i	10	b	0
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$$E(X) = \underbrace{10\cdot\frac{1}{6} + b\cdot\frac{1}{6} + 0}_{\text{Auszahlung}} \overset{!}{=} \underset{\text{Einsatz}}{5} \qquad \Big| - \frac{10}{6}$$

$$\frac{1}{6}\cdot b = \frac{20}{6} \qquad | \cdot 6$$

$$\underline{\underline{b = 20}} \; (€)$$

c) $P(\text{"rot"}) = 2\cdot P(\text{"grün"}) = 2x$

$P(R)\cdot P(B) = 0{,}14$ (stoch. unabhängig)

$2x \cdot P(B) = 0{,}14 \Rightarrow P(B) = \frac{0{,}14}{2x} = \frac{0{,}07}{x}$

$P(B) + 2x + x = 1$

$\frac{0{,}07}{x} + 3x = 1 \qquad | \cdot x$

$0{,}07 + 3x^2 = x \qquad | - x$

$3x^2 - x + 0{,}07 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4\cdot 3\cdot 0{,}07}}{2\cdot 3} = \frac{1 \pm \frac{2}{5}}{6}$$

$x_1 = \frac{3}{30} = \underline{\underline{10\%}}$; $\underbrace{x_2 = \frac{7}{30} \approx 23{,}3\%}_{\text{fällt weg, da } \frac{7}{30} > \frac{1}{6} = \frac{5}{30}}$